数学B 第３章

数列

●絶対憶える ●憶える ●復習

等差数列

一般項と和

数列$\{a_n\}$の公差をd，初項からn項の和をS_nとすると、

- $a_n = a_1 + (n-1)d$
- $S_n = \dfrac{1}{2}n(a_1 + a_n)$

等差中項

a, b, c が、この順で等差数列のとき、● $a + c = 2b$

等比数列

一般項と和

数列$\{a_n\}$の公比をr，初項からn項の和をS_nとすると、

- $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
- $S_n = \dfrac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

等比中項

a, b, c が、この順で等比数列のとき、● $ac = b^2$

Σの計算

α, r を定数とする

Σの性質

- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \alpha a_k = \alpha \sum_{k=1}^{n} a_k$
- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (a_k \pm b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k \pm \sum_{k=1}^{n} b_k$

Σの公式

- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \alpha = n\alpha$
- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n(n+1)$
- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$
- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$
- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} r^k = \frac{r(1-r^n)}{1-r} \quad (r \neq 1)$

さまざまな数列

階差数列

- $\displaystyle a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \quad (2 \leqq n)$

$$\begin{array}{ccccccccc} a_1 & & a_2 & & a_3 & \cdots & a_{n-1} & & a_n \\ & b_1 & & b_2 & & \cdots\cdots & & b_{n-1} & \end{array}$$

和から一般項を求める

- $a_1 = S_1$
- $a_n = S_n - S_{n-1} \quad (2 \leqq n)$

分母が積で表された分数の数列の和

$$\frac{1}{a_n(a_n+k)} = \frac{1}{k}\left\{\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_n+k}\right\}$$

と表し、できた分数を±セットで消す

(等差数列)×(等比数列)の数列の和

$$\begin{array}{rl} S_n = & a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + \cdots + a_nb_n \\ -\ )\ rS_n = & \qquad ra_1b_1 + ra_2b_2 + ra_3b_3 + \cdots + ra_nb_n \\ \hline (1-r)S_n = & a_1b_1 + d(b_2 + b_3 + \cdots + b_n) - ra_nb_n \end{array}$$

群数列

群		1	2	3	…	m	
$\{a_n\}$		a_1	a_2 a_3	a_4 a_5 a_6	…	$a_?$ … $a_?$	… a_n
	n	1	2 3	4 5 6	…	○ … ○	… n
	値	○	○ ○	○ ○ ○	…	○ … ○	… ○
群の項数		1	2	3	…	○	

漸化式

- $a_{n+1} = a_n + d$ →公差 d の等差数列
- $a_{n+1} = ra_n$ →公比 r の等比数列
- $a_{n+1} = a_n + f(n)$ →階差数列の一般項が $f(n)$
- $a_{n+1} = pa_n + q$
  → $a = pa + q$ より $a_{n+1} - a = p(a_n - a)$

数学的帰納法

① $n=1$ のとき、与式が成り立つことを示す

② $n=k$ のとき、与式が成り立つと仮定する

③ ②の式を使って、$n=k+1$ のとき、与式が成り立つことを示す